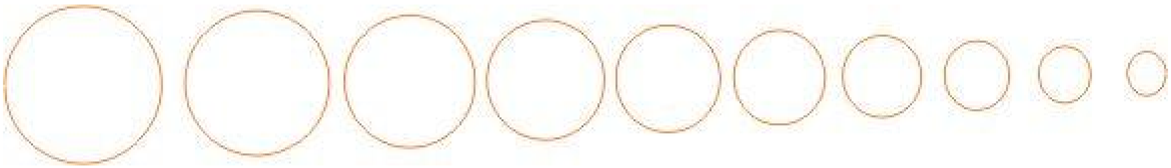
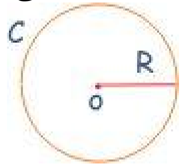
.:: زاویه و دایره ::.

دایره: (circle)

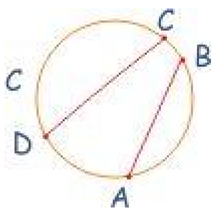


مجموعه نقاطی از صحفه که فاصله ی آن از یک نقطه به نام مرکز برابر باشند ، دایره نامیده می شود.

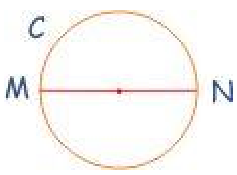
دایره ی c به مرکز o و شعاع R را با نماد C (o و R) نشان می دهیم .



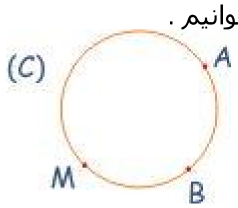
وتر دایره: (circle chord): پاره خطی که دو نقطه از محیط دایره را به هم وصل می کند . هر دایره بیشمار وتر دارد . مانند وتر های AB و CD در دایره ی C .



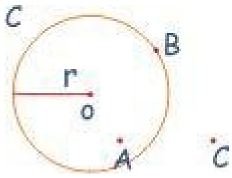
قطر دایره:(circle axis) بزرگترین وتر در هر دایره را قطر می نامند . قطر وتر ی از دایره است که از مرکز می گذرد مانند قطر MN در دایره ی C.



کمان دایره: (circle arc): قسمتی از محیط دایره را می گویند که به دو نقطه روی محیط دایره محدود شده باشد. اگر دو نقطه ی A و B را روی دایره C در نظر بگیریم دو کمان پدید می آید ، کمان کوچکتر را به صورت $\overset{\frown}{AB}$ و کمان بزرگتر را به صورت $\overset{\frown}{AMB}$ می خوانیم .



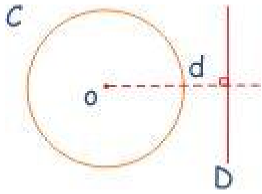
- **نقطه و دایره** : نقطه و دایره نسبت به هم ۳ وضعیت دارند :۱ نقطه داخل دایره است. ۲ نقطه روی دایره است. ۳ نقطه خارج دایره است .



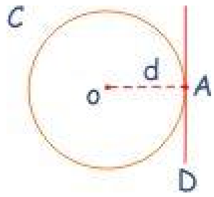
- **وضع یک خط و یک دایره نسبت به هم:**

خط و دایره نسبت به هم سه حالت دارند:

.۱ خط خارج دایره است که در این صورت فاصله ی خط تا مرکز دایره از شعاع بزرگتر است. یعنی d<r

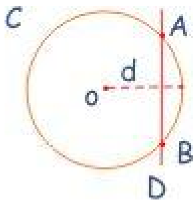


.۲خط بر دایره مماس است.که در این صورت فاصله ی خط تا مرکز دایره با شعاع مساوی است . یعنی d = r

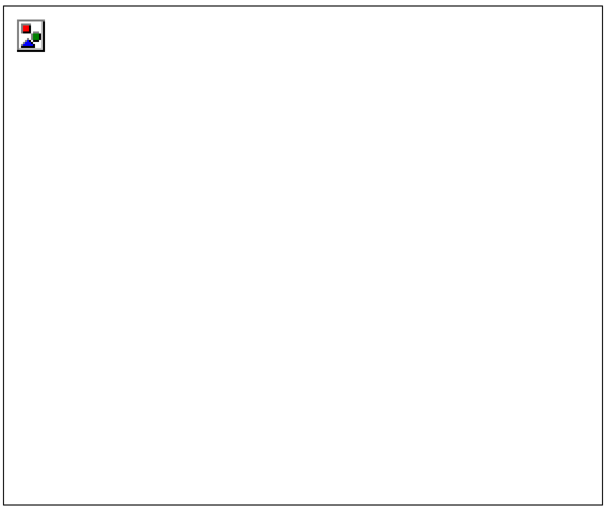


.۳خط دایره را در دو نقطه قطع می کند که در این صورت فاصله ی خط تا مرکز دایره از شعاع کو چکتر است.

یعنی: d < r



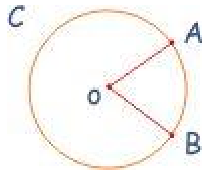
خط و دایره



- **زاویه و دایره:**

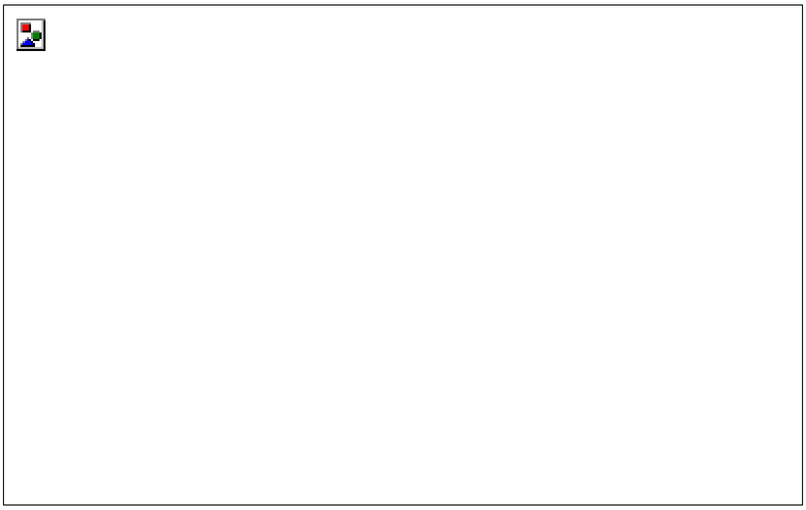
زاویه ی مرکزی:زاویه ای که رأس آن مرکز دایره باشد زاویه ی مرکزی نامیده می شود.

در شکل مقابل زاویه ی AOB یک زاویه مرکزی است و کمان AB کمان مقابل آن می باشد.



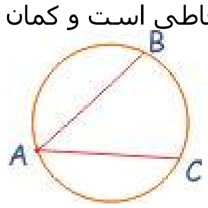
نکته: اندازه ی زاویه ی مرکزی با کمان مقابلش مساوی است.

زاویه ی مرکزی در دایره:



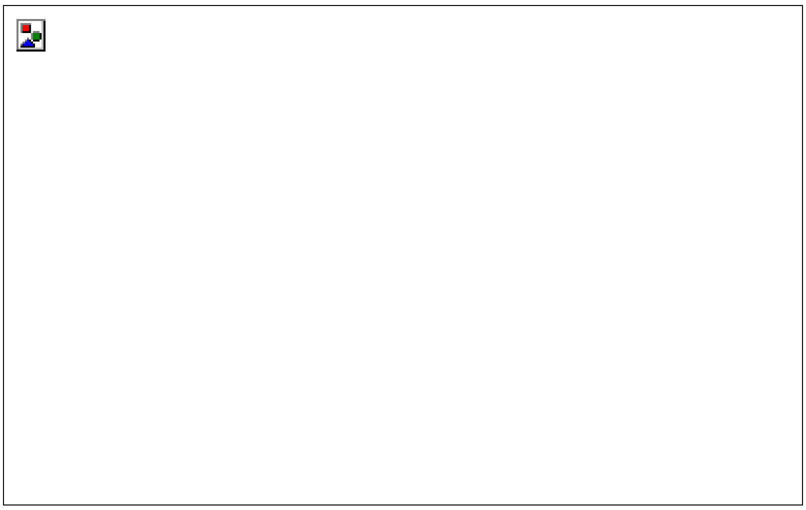
زاویه ی محاطی: زاویه ی محاطی زاویه ای است که رأس آن روی دایره و اضلاع آن دو وتر از همان دایره باشند .

در شکل مقابل زاویه ی $\widehat{BAC}$ یک زاویه ی محاطی است و کمان BC ، کمان مقابل آن می باشد.



نکته :اندازه ی زاویه ی محاطی نصف کمان مقابل آن است.

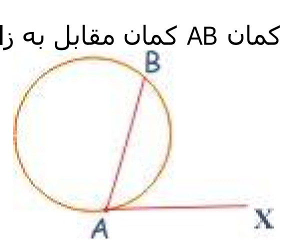
زاویه ی محاطی در دایره :



زاویه ی ظلّی : هر زاویه ای که رأسش روی دایره و یک ضلع آن وتری از دایره و ضلع دیگرش بر دایره مماس

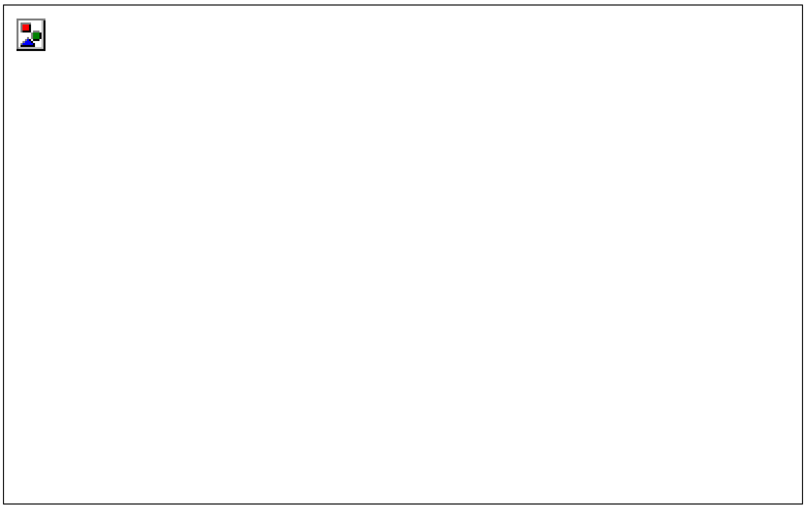
باشد ، زاویه ی ظّلی نامیده می شود.

در شکل مقابل $B\hat{A}X$ یک زاویه ی ظّلی و کمان AB کمان مقابل به زاویه ی ظّلی A می باشد.



نکته : اندازه ی زاویه ی ظّلی نصف کمان مقابل آن است.

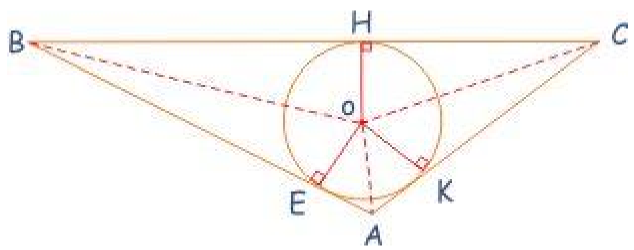
زاویه ی ظّلی



أ مثلث و دایره :

دایره ی محاطی مثلث :

۳ نیمساز زوایای داخلی مثلث یکدیگر را در یک نقطه مانند o قطع می کنند.می دانیم فاصله ی نقطه ی o از ۳ ضلع مثلث به یک فاصله است (با توجه به مبحث تساوی مثلث ها)؛ یعنی اگر عمودی ها ی OH، OK و OE را بر اضلاع مثلث فرود آوریم ،داریم : OE=OH=OK

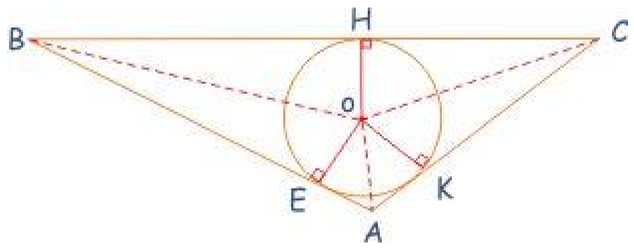


پس اگر دایره ای به مرکز O و شعاع OH رسم کنیم ، این دایره در K و H و E بر سه ضلع مثلث مماس خواهد بود .

این دایره ، دایره ی محاطی مثلث نام دارد . مرکز دایره ی محاطی مثلث نقطه ی تلاقی نیمساز های زوایای داخلی آن است.

محاسبه ی شعاع دایره ی محاطی مثلث:

شعاع دایره ی محاطی مثلث را با حرف r نشان می دهیم .



$$S_{ABC} = S_{BoC} + S_{AoC} + S_{AoB}$$

$$S = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr$$

$$S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$$

$$S = \frac{1}{2}r(2P)$$

$$S = r.p \Rightarrow \boxed{r = \frac{S}{p}}$$

S: مساحت مثلث ABC

P: نصف محیط مثلث ABC

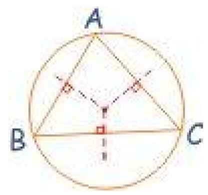
r: شعاع دایره محاطی مثلث ABC

دایره ی محیطی مثلث:

سه عمود منصف اضلاع یک مثلث بر یک نقطه مانند O می گذرند. می دانیم فاصله ی O از سه رأس مثلث به یک فاصله است، یعنی OA=OB=OC . (با توجه به مبحث تساوی مثلث ها)

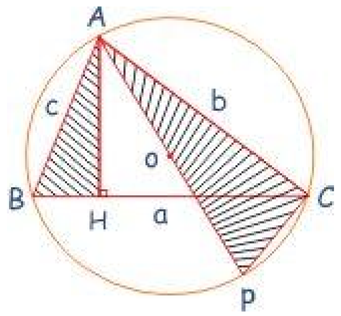
اگر به مرکز O و شعاع مثلاً OA دایره ای رسم کنیم این دایره بر دو رأس دیگر مثلث نیز عبور خواهد کرد . به این دایره ، دایره ی محیطی مثلث می گویند .

مرکز دایره ی محیطی مثلث نقطه ی تقاطع عمود منصف های اضلاع آن است.



محاسبه ی شعاع دایره ی محیطی مثلث:

شعاع دایره ی محیطی مثلث را با حرف R نشان می دهند . در شکل زیر به دو مثلث $\overset{\triangle}{APC}$ و $\overset{\triangle}{ABH}$ توجه کنید ؛ این دو مثلث با هم متشابهند .



$$\begin{cases} \hat{H} = \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{P} = \dfrac{\overset{\frown}{AC}}{2} \end{cases} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABH} \sim \overset{\triangle}{APC}$$

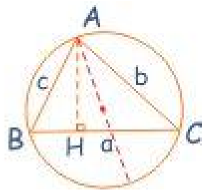
تناسب اضلاع متناظر دو مثلث را می نویسیم:

$$\frac{AH}{AC} = \frac{AB}{AP} \Rightarrow AB \times AC = AH \times Ap$$

$$\Rightarrow c \times b = h_a \times 2R$$

لذا در هر مثلث حاصل ضرب دو ضلع برابر است با : قطر دایره ی محیطی در ارتفاع وارد بر ضلع سوم یعنی :

$$\boxed{b \times c = 2R \times h_a} \qquad (1)$$



از طرفی می دانیم مساحت مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ برابر است با :

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} a \cdot h_a = 2S \Rightarrow \boxed{h_a = \frac{2S}{a}} \qquad (2)$$

حالا با توجه به رابطه ی (۱) و (۲) می توان نوشت:

$$b \times c = 2R \times \frac{2S}{a}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} b \times c \times a = 2R \times 2S \Rightarrow abc = 4RS$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{abc}{4S}}$$

دایره و چند ضلعی های منتظم :

چند ضلعی منتظم: چند ضلعی که تمام اضلاع آن با هم و همه ی زاویه هایش نیز با هم مساوی باشند یک چند ضلعی منتظم نامیده می شود . مانند مربع که یک چهار ضلعی منتظم است.

رسم چند ضلعی منتظم:

برای رسم یک n ضلعی منتظم کافی است دایره ای را به n قسمت مساوی تقسیم کرده و نقاط تقسیم را به هم وصل کنیم .

تقسیم دایره به n قسمت مساوی به صورت زیر انجام می شود:

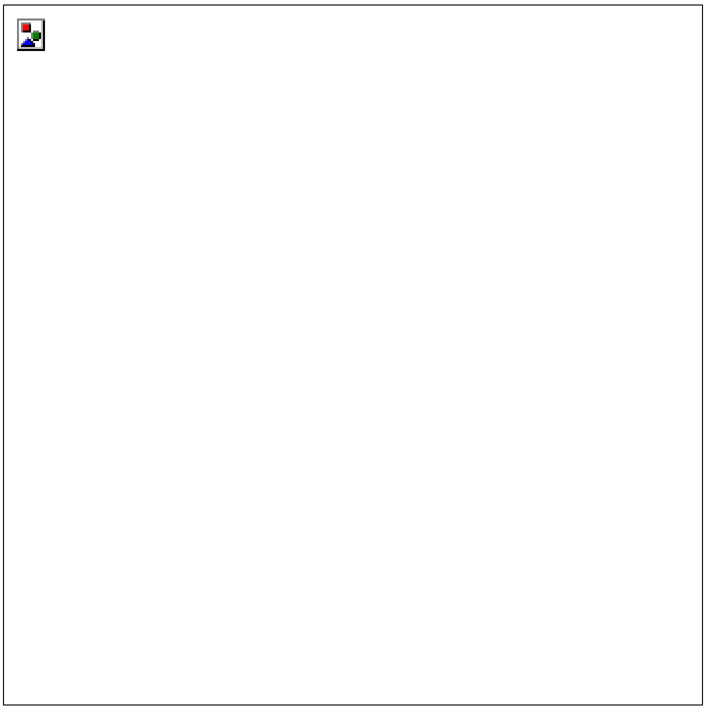
۱. یک زاویه ی مرکزی به اندازه ی $\frac{360}{n}$ رسم کنیم .

۲.وتر نظیر این زاویه مرکزی را می کشیم .

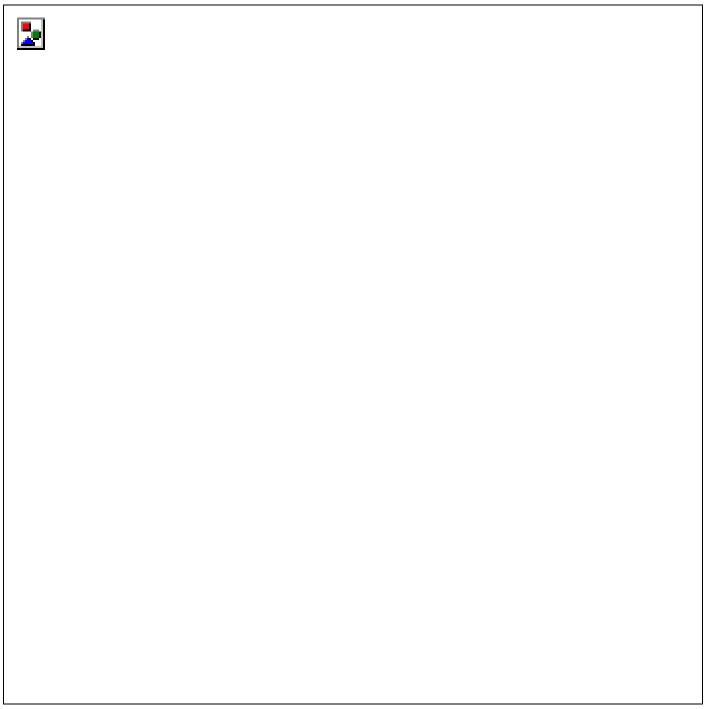
۳. پرگار را به اندازه ی این وتر باز کرده و پشت سر هم کمان های متوالی می زنیم تا دایره به n قسمت مساوی تقسیم شود .

مثال:

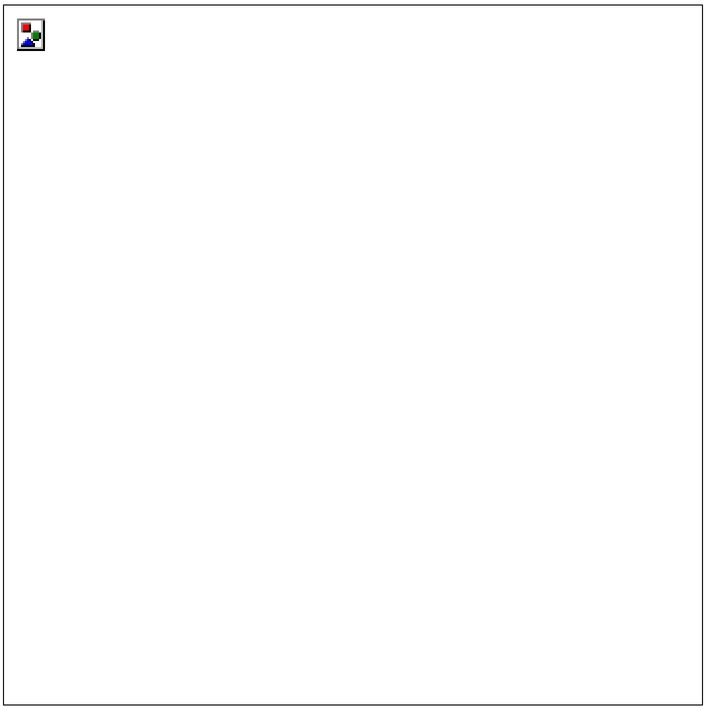
چهار ضلعی منتظم:



پنج ضلعی منتظم:



شش ضلعی منتظم:



بازی و ریاضی :

ساخت چند ضلعی های منتظم با گره زدن کاغذ

پنج ضلعی منتظم:

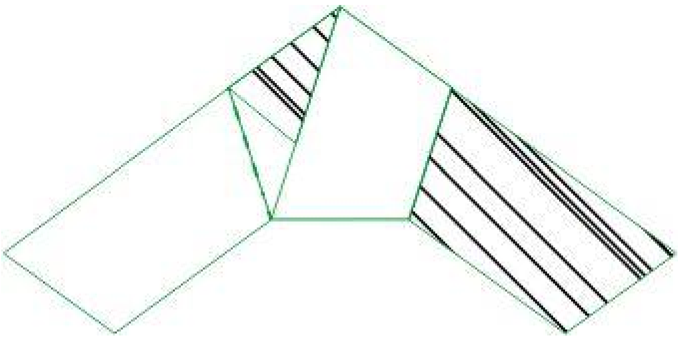
نوار بلند کاغذی آماده کنید که عرض یکسان داشته باشد.

برای ساخت یک پنج ضلعی منتظم با این نوار به تر تیب زیر عمل کنید:

۱. دو سر نوار را بگیرید و با آن یک گره ساده بزنید

مانند شکل زیر:

۲. گره را به آرامی سفت کنید و رد های کاغذ را صاف کنید.



۳. نوار های اضافی را ببرید ،پنج ضلعی منتظم بوجود می آید.

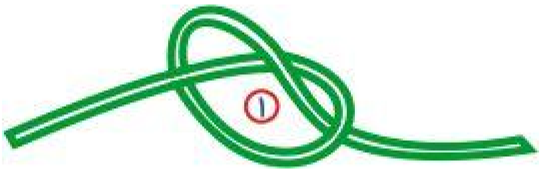
٤. گره را باز کنید و ذوزنقه های تشکیل شده را با هم بررسی و مقایسه کنید.

هفت ضلعی منتظم:

نوار بلند کاغذی آماده کنید که عرض یکسان داشته باشد.

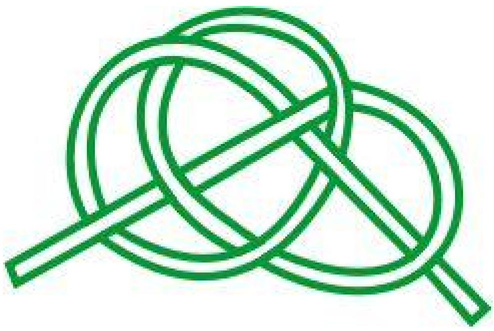
برای ساخت یک هفت ضلعی منتظم با این نوار به ترتیب زیر عمل کنید:

۱. دو سر نوار را بگیرید و با آن یک گره ساده بزنید. (مانند پنج ضلعی منتظم)

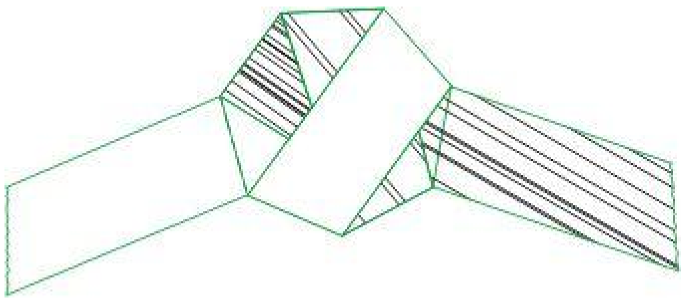


۲. گره را سفت نکنید و وسط گره (ناحیه ی ۱) را در نظر داشته باشید.

۳. مجدداً یک سر نوار را به قصد زدن گره دوم زیر سر دیگر برده ،و از ناحیه ۱ (وسط گره اول) عبور دهید.



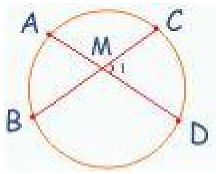
۴. گره را به آرامی سفت کنید و رد های کاغذ را صاف کنید.



۵. نوار های اضافی را ببرید ،هفت ضلعی منتظم بوجود می آید.

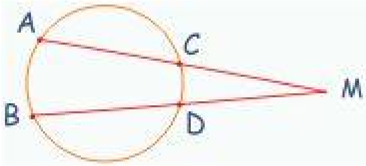
نکات المپیادها

۱- در شکل مقابل زاویه ی $\hat{M}_1$ از رابطه ی زیر بدست می آید . این زاویه از برخورد دو وتر دلخواه در داخل دایره بوجود آمده است.



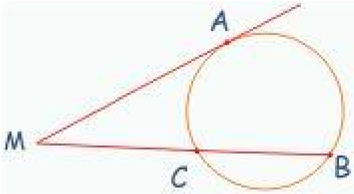
$$\hat{M}_1 = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{۲}$$

۲- در شکل مقابل زاویه ی $\hat{M}$ از رابطه ی زیر بدست می آید . این زاویه از برخورد امتداد دو وتر دلخواه در خارج دایره بوجود آمده است.



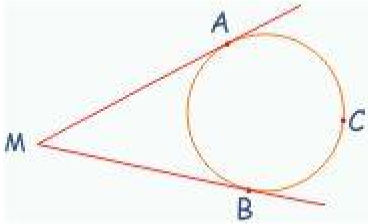
$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{۲}$$

۳- در شکل مقابل زاویه ی $\hat{M}$ از رابطه ی زیر بدست می آید :



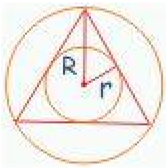
$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{Ac}}{۲}$$

٤-



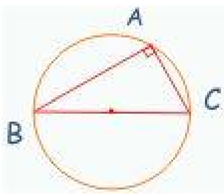
$$\hat{M} = \frac{\overset{\frown}{ACB} - \overset{\frown}{AB}}{۲}$$

۵- شعاع دایره ی محیطی مثلث متساوی الاضلاع دو برابر شعاع دایره ی محاطی آن مثلث است.



$$\boxed{R = ۲r}$$

٦- مرکز دایره ی محیطی مثلث قائم الزاویه وسط وتر و شعاع آن نصف وتر است.



$$R = \frac{۱}{۲} BC$$

۷- مساحت مثلثی به اضلاع c , b , a از رابطه ی زیر بدست می آید:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

S: مساحت مثلث ABC

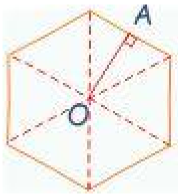
P: نصف محیط $P = \frac{(a+b+c)}{۲}$

a,b,c: اضلاع مثلث ABC

۸- سهم در چند ضلعی متنظم پاره خطی است که از مرکز چند ضلعی به ضلع آن عمود می شود.

مانند OA در شش ضلعی متنظم شکل مقابل.

برای بدست آوردن مساحت یک n ضلعی متنظم از رابطه ی زیر استفاده می شود.



نصف محیط × سهم = مساحت

۹- برای یک n ضلعی منتظم زاویه ی داخلی از رابطه ی $\frac{(n-۲)\times۱۸۰}{n}$ و زاویه ی مرکزی از رابطه ی $\frac{۳۶۰}{n}$ بدست می آید.

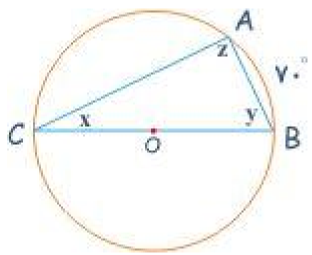
۱۰- مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی از رابطه ی مقابل بدست می آید: ۱۸۰× (۲ - n)

مثال ها

در هر یک از شکل های زیر مقادیر مجهول را بیابید.

در تمامی شکل ها O مرکز دایره است.

تصویر ۱:



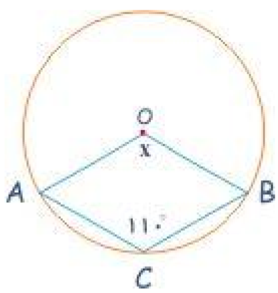
حل:

$$X=\frac{۷۰}{۲}=۳۵^\circ$$

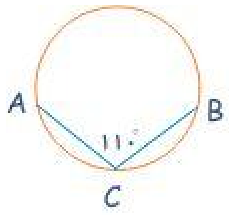
$$Z=\frac{۱۸۰}{۲}=۹۰^\circ$$ زاویه محاطی مقابل به قطر دایره

$$\widehat{AC}=۱۱۰^\circ \Rightarrow Y=\frac{۱۱۰}{۲}=۵۵^\circ$$

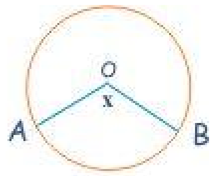
تصویر ۲:



شکل کمکی:



شکل (۲)



شکل (۱)

حل:

با توجه به شکل (۲):

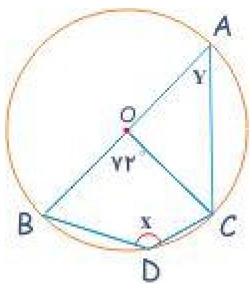
$\widehat{AB} = ۲۲۰^\circ$ کمان زاویه محاطی $\hat{C}$

$\widehat{ACB} = ۳۶۰^\circ - ۲۲۰^\circ = ۱۴۰^\circ$

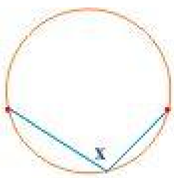
و با توجه به شکل (۱):

$\hat{X} = ۱۴۰^\circ$ زاویه مرکزی

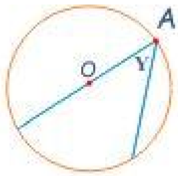
تصویر ۳:



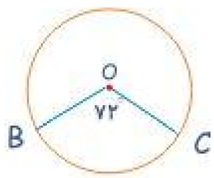
شکل های کمکی :



شکل (۳)



شکل (۲)



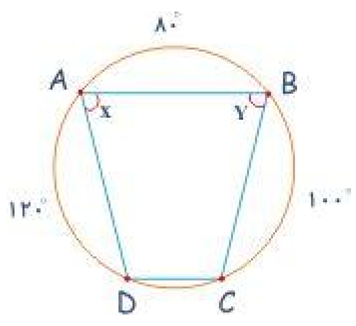
شکل (۱)

حل:

شکل ۲: $\widehat{BC} = ۷۲^\circ \Rightarrow Y = \frac{۷۲}{۲} = ۳۶^\circ$

شکل ۳: $\widehat{BAC} = ۳۶۰^\circ - ۷۲^\circ = ۲۸۸^\circ \Rightarrow X = \frac{۲۸۸}{۲} = ۱۴۴^\circ$

تصویر ٤:



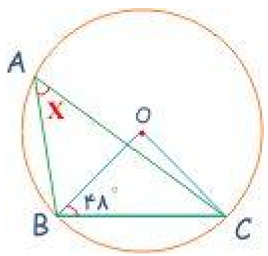
حل:

$$\overset{\frown}{DC} = 360^\circ - (120^\circ + 80^\circ + 100^\circ) = 60^\circ$$

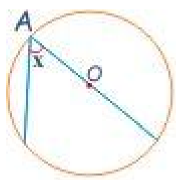
$$X = \frac{100 + 60}{2} = 80^\circ$$

$$Y = \frac{120 + 60}{2} = 90^\circ$$

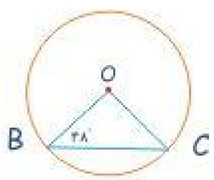
تصویر ۵:



شکل های کمکی:



شکل (۲)



شکل (۱)

حل:

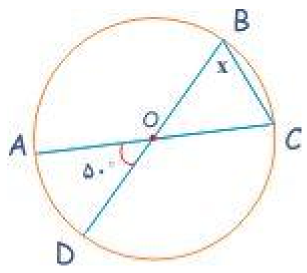
با توجه به شکل (۱) و $\hat{C} = 48^\circ$

$$\hat{O} = 180 - (48 + 48) = 84^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = 84^\circ$$

و با توجه به شکل (۲)

$$\hat{X} = 84 \div 2 = 42^\circ$$

تصویر ٦:

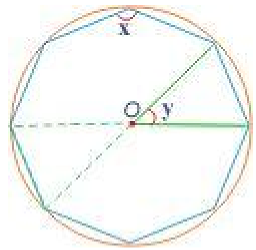


حل:

$$\overset{\frown}{AD} = 50^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{DC} = 180 - 50 = 130^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{X} = 130 \div 2 = 65^\circ$$

تصویر ۷:

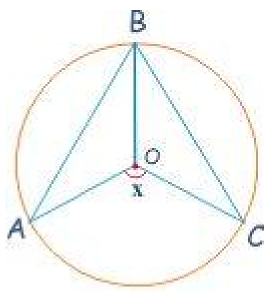


هشت ضلعی متنظم است.

حل:

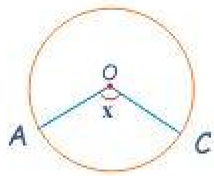
$$x=\frac{(8-2)\times 180}{8}=135^\circ \quad \text{و} \quad y=\frac{360}{8}=45^\circ$$

تصویر۸:

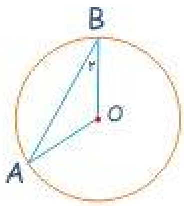


$$\boxed{\hat{A}=\hat{C}=25^\circ}$$

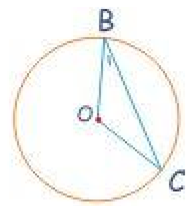
شکل های کمکی:



شکل (۳)



شکل (۲)



شکل (۱)

حل:

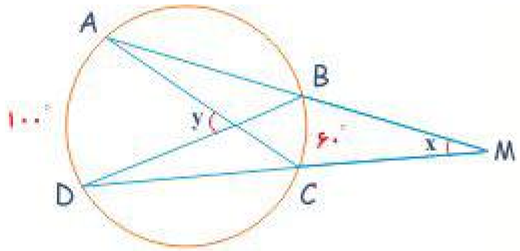
با توجه به شکل (۱) $\hat{C}=\hat{B}_1=25^\circ$

و با توجه به شکل (۲) $\hat{A}=\hat{B}_2=25^\circ$

بنا براین $\hat{B}=25^\circ+25^\circ=50^\circ$

با توجه به شکل (۳) $\hat{x}=\overset{\frown}{AC}=100^\circ$

تصویر۹:



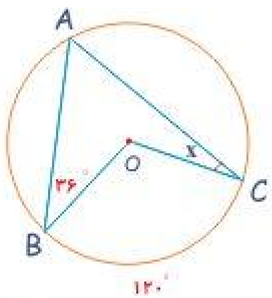
$$\widehat{AD}=۱۰۰^\circ \text{ و } \widehat{BC}=۶۰^\circ$$

حل:

$$x=\frac{۱۰۰-۶۰}{۲}=\frac{۴۰}{۲}=۲۰^\circ$$

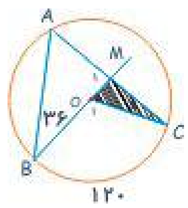
$$y=\frac{۱۰۰+۶۰}{۲}=\frac{۱۶۰}{۲}=۸۰^\circ$$

تصویر۱۰:



$$\widehat{BC}=۱۲۰^\circ \text{ و } \hat{B}=۳۶^\circ$$

شکل های کمکی:



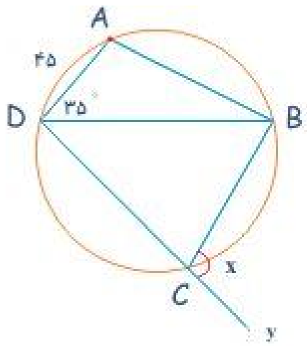
حل:

$$\hat{A}=۱۲۰\div۲=۶۰^\circ$$

$$\begin{cases}\hat{M}_۱=۱۸۰^\circ-(۳۶+۶۰)=۸۴^\circ\\ \hat{M}_۲=۹۶^\circ\end{cases}$$

$$\begin{cases}\hat{O}_۱=۱۲۰^\circ\\ \hat{O}_۲=۶۰^\circ\end{cases} \Rightarrow x=۱۸۰^\circ-(۹۶+۶۰)=۲۴^\circ$$

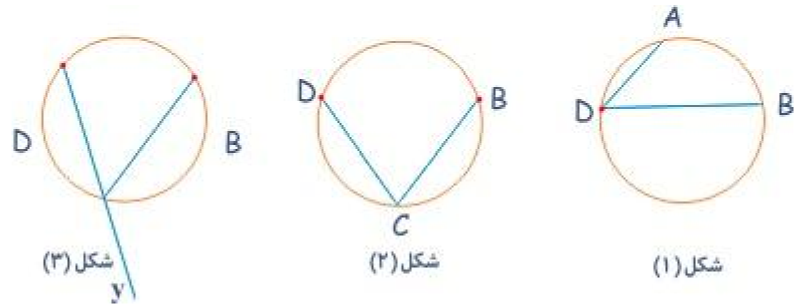
تصویر ۱۱:



$\widehat{AD}=۴۵^\circ$ و $A\hat{D}B=۳۵^\circ$

$B\hat{C}Y=\hat{X}$

شکل های کمکی:



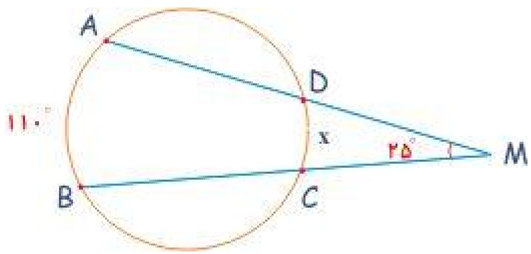
حل:

با توجه به شکل (۱): $\widehat{AB}=۷۰^\circ$

و با توجه به شکل (۲): $\hat{C}=\frac{۱۱۵}{۲}=۵۷/۵^\circ$ و $\widehat{DB}=۴۵+۷۰=۱۱۵^\circ$

و با توجه به شکل (۳): $\hat{X}=۱۸۰-۵۷/۵=۱۲۲/۵^\circ$

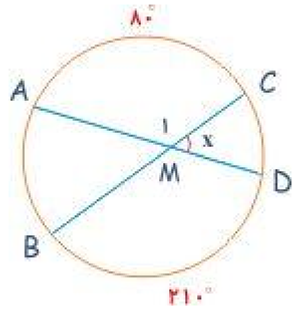
تصویر ۱۲:



حل:

$$\frac{۱۱۰-X}{۲}=۲۵^\circ \Rightarrow ۱۱۰-X=۵۰$$
$$\Rightarrow X=۱۱۰-۵۰$$
$$\Rightarrow X=۶۰^\circ$$

تصویر ۱۳:



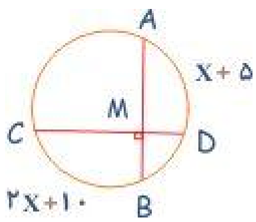
حل:

$$\hat{M}_1 = \frac{۲۱۰ + ۸۰}{۲} = \frac{۲۹۰}{۲} = ۱۴۵^\circ$$

$$x = ۱۸۰ - ۱۴۵ = ۳۵^\circ$$

تست۱ : پاسخ

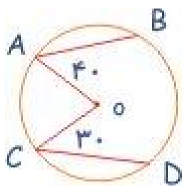
در شکل مقابل وتر های AB و CD بر هم عمودند . اندازه ی کمان $\overset{\frown}{BC}$ کدام است؟



الف) °٦٠ ب) °٥٥ ج) °١٢٠ د) °١١٠

تست۲ : پاسخ

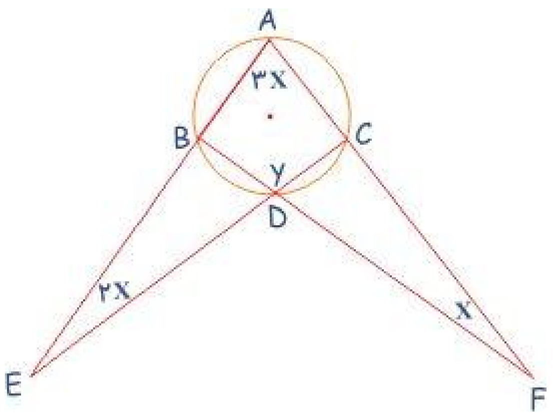
در شکل مقابل $\overset{\frown}{BD} + \overset{\frown}{AC}$ چند درجه است؟



الف) °٧٠ ب) °١٢٠ ج) °٢٢٠ د) °١٤٠

تست۳ : پاسخ

در شکل مقابل y چند درجه است؟



الف) °١٤٥ ب) °١٢٠

ج) °١٠٨ د) °١٠٠

تست۴ : پاسخ

فاصله ی خط d از مرکز دایره ای برابر 5^{cm} است . اگر قطر دایره دو برابر این فاصله باشد ، وضعیت خط و دایره نسبت به هم کدام است؟

الف)خط دایره را قطع نمی کند.

ب)خط و دایره متقاطع اند.

ج:خط بر دایره مماس است.

د)خط ودایره دو نقطه مشترک دارند .

تست۵ : پاسخ

مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع ٦ و ۸ و ۱۰ مفروض است. دایره ای رسم کرده ایم که از رأ س های مثلث می گذرد. شعاع دایره چقدر است؟

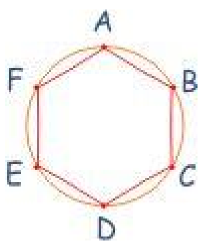
الف) ۵   ب) $۲\sqrt{۵}$ ج) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ د) ۱۰

تست۶ : پاسخ

اندازه ی شعاع دایره ی محاطی مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع 6^{cm} چقدر است؟

الف) $\sqrt{۲}$ ب) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ج) $\sqrt{۳}$ د) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

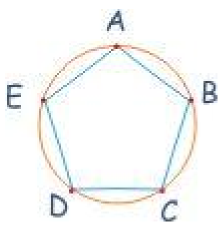
تست۷ : پاسخ



در شکل مقابل ٦ ضلعی منتظم است. اگر محیط دایره ۴π باشد، طول هر ضلع ٦ ضلعی منتظم برابر است با:

الف) ٤   ب) $۲\sqrt{۲}$ ج) ۳   د) ۲

تست۸ : پاسخ



در شکل مقابل AB < DE پنج ضلعی منتظم است.

اگر M قرینه ی نقطه ی A نسبت به خط BE باشد، اندازه ی زاویه ی $M\hat{B}C$ چقدر است؟

الف) °۳٦   ب) °۲۵   ج) °۳۰   د) °۳۲

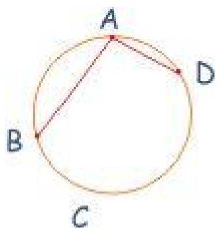
تست۹ : پاسخ

ده نقطه روی محیط دایره ای قرار دارند. حداکثر تعداد وتر هایی که می توان با وصل کردن این نقطه ها به

یکدیکر رسم نمود چند تا است اکر هیچ دو وتری متقاطع نباشند ؟

الف) ۱۵ ب) ۱۷ ج) ۲۷ د) ۳۵

تست۱۰ : پاسخ



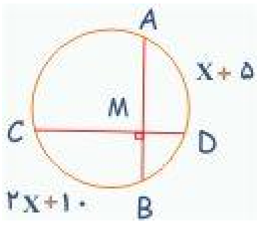
اگر AB یکی از ضلع های یک پنج ضلعی منتظم و AD نیز یکی از ضلع های یک نه ضلعی منتظم در دایره C باشند ، اندازه زاویه ی A برابر است با:

الف) °۱۲۰ ب) °۱۳۵ ج) °۱۲٤ د) °۱۳۰

جواب تست ها

تست۱:

در شکل مقابل وتر های AB و CD بر هم عمودند . اندازه ی کمان $\overset{\frown}{BC}$ کدام است؟



الف) °٦۰ ب) °۵۵ ج) °۱۲۰ د) °۱۱۰

حل:گزینه ی ج صحیح است.

$$\frac{x+5+2x+10}{2}=90$$

$$\Rightarrow \frac{3x+15}{2}=90 \Rightarrow 3x+15=180$$

$$\Rightarrow 3x=180-15$$

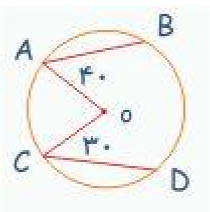
$$\Rightarrow 3x=165$$

$$\Rightarrow x=\frac{165}{3}=55$$

$$BC=2x+10=2(55)+10=110+10=120$$

تست۲:

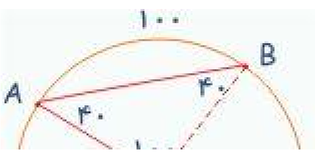
در شکل مقابل $\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}$ چند درجه است؟



الف) °۷۰ ب) °۱۲۰ ج) °۲۲۰ د) °۱٤۰

حل: گزینه ی د صحیح است.

با توجه به شکل زیر : از O به B و D وصل می کنیم :



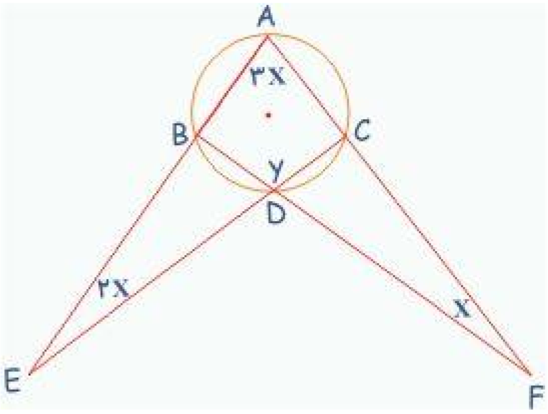
$$\overset{\frown}{AB} = ۱۰۰^\circ \quad و \quad \overset{\frown}{CD} = ۱۲۰^\circ$$

$$\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD} = ۳۶۰^\circ - (۱۰۰ + ۱۲۰) = ۱۴۰^\circ$$

---

p تست۳:

در شکل مقابل y چند درجه است؟



الف) °۱٤۵

ب) °۱۲۰

ج) °۱۰۸

د) °۱۰۰

حل: گزینه ی ب صحیح است.

در مثلث $\overset{\triangle}{ABF}$ زاویه ی $\hat{B}$ برابر است با: $۱۸۰ - ۴X$

در مثلث $\overset{\triangle}{ACE}$ زاویه ی $\hat{C}$ برابر است با: $۱۸۰ - ۵X$

با توجه به کمان های مقابل دو زاویه ی$\hat{B}$, $\hat{C}$ می توان نوشت:

$$\hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow (۱۸۰ - ۴X) + (۱۸۰ - ۵X) = ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۳۶۰ - ۹X = ۱۸۰^\circ$$
$$\Rightarrow ۹X = ۱۸۰^\circ \Rightarrow X = \frac{۱۸۰}{۹} = ۲۰$$
$$\hat{A} = ۳X = ۳ \times ۲۰ = ۶۰ \Rightarrow \hat{y} = ۱۲۰^\circ$$

---

p تست٤:

فاصله ی خط d از مرکز دایره ای برابر ۵^{cm} است . اگر قطر دایره دو برابر این فاصله باشد ، وضعیت خط و دایره نسبت به هم کدام است؟

الف)خط دایره را قطع نمی کند.

ب)خط و دایره متقاطع اند.

ج:خط بر دایره مماس است.

د)خط ودایره دو نقطه مشترک دارند .

حل:گزینه ی ج صحیح است.

---

p تست۵:

مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع ٦ و ٨ و ١٠ مفروض است. دایره ای رسم کرده ایم که از را س های مثلث می گذرد . شعاع دایره چقدر است؟

الف) ٥ ب) $۲\sqrt{۵}$ ج) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ د) ١٠

حل:گزینه ی الف صحیح است.

مرکز دایره ی محیطی مثلث قائم الزاویه وسط وتر و شعاع آن نصف وتر است.

تست٦:

اندازه ی شعاع دایره ی محاطی مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ٦^{cm} چقدر است؟

الف) $\sqrt{۲}$ ب) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ج) $\sqrt{۳}$ د) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

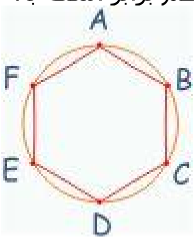
حل:گزینه ی ج صحیح است.

$$r=\frac{S}{P}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲}{P}=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۴}\times(۶)^۲}{۹}=\sqrt{۳}$$

$$P=\frac{a+b+c}{۲}=\frac{۶+۶+۶}{۲}=۹$$

تست٧:

در شکل مقابل ٦ ضلعی منتظم است . اگر محیط دایره 4π باشد، طول هر ضلع ٦ ضلعی منتظم برابر است با:



الف) ٤ ب) $۲\sqrt{۲}$ ج) ٣ د) ٢

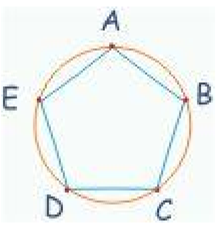
حل:گزینه ی د صحیح است.

اندازه ی هر ضلع شش ضلعی منتظم با شعاع برابر است

$$۲\pi r=۴\pi$$

$$r=\frac{۴\pi}{۲\pi}=۲$$

تست٨:

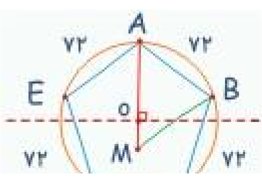


در شکل مقابل AB ⊂ DE پنج ضلعی منتظم است.

اگر M قرینه ی نقطه ی A نسبت به خط BE باشد ، اندازه ی زاویه ی $\widehat{MBC}$ چقدر است؟

الف) °٣٦ ب) °٣٥ ج) °٣٠ د) °٣٢

حل: گزینه ی الف صحیح است.



اندازه ی هر کمان °٣٦٠ ÷ ٥ = ٧٢

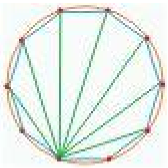
b تست۹:

ده نقطه روی محیط دایره ای قرار دارند . حداکثر تعداد وتر هایی که می توان با وصل کردن این نقطه ها به یکدیگر رسم نمود چند تا است اگر هیچ دو وتری متقاطع نباشند ؟

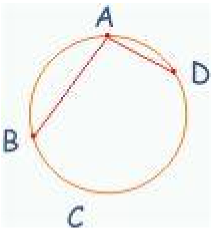
الف) ۱۵ ب) ۱۷ ج) ۲۷ د) ۳۵

حل:گزینه ی ب صحیح است.

شکل روبرو را نگاه کنید.



b تست۱۰:



اگر AB یکی از ضلع های یک پنج ضلعی منتظم و AD نیز یکی از ضلع های یک نه ضلعی منتظم در دایره C باشند ، اندازه زاویه ی A برابر است با:

الف) °۱۲۰ ب) °۱۳۵ ج) °۱۲٤ د) °۱۳۰

حل:گزینه ی ج صحیح است.

$$\widehat{AB} = \frac{360}{5} = 72^\circ \quad \text{و} \quad \widehat{AD} = \frac{360}{9} = 40^\circ$$

$$\widehat{BAD} = 72^\circ + 40^\circ = 112^\circ \quad \text{و} \quad \widehat{BD} = 360^\circ - 112^\circ = 248^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BD}}{2} = 124^\circ$$